

626. D'Amore B. (2007). I bambini e lo zero. Come un ostacolo epistemologico si trasforma in ostacolo didattico. In: D'Amore B., Sbaragli S. (eds.) (2007). *Allievi, insegnati, sapere: la sfida della didattica della matematica*. Atti del Convegno Nazionale: *Incontri con la matematica*, n° 21. 2-3-4 novembre 2007, Castel San Pietro Terme. Bologna: Pitagora. 83-90.

I bambini e lo zero

Come un ostacolo epistemologico si trasforma in ostacolo didattico

Bruno D'Amore

Dipartimento di Matematica, Università di Bologna, Italia
Facoltà di Scienza della Formazione, Università di Bolzano, Italia
Alta Scuola Pedagogica, Locarno, Svizzera
Dottorato di ricerca, Università Distrital, Bogotá, Colombia
damore@dm.unibo.it - www.dm.unibo.it/rsddm

Abstract. *Is it really true that zero is not a spontaneous concept for children in pre-schooling age? Is it really true that the difficulty of its conceptual construction is based on the evident fact that it is an epistemological obstacle? In this text we show, through dialogues with children ranging in age from three to six, that the generation of zero both as a digit and a cardinal is fully present and spontaneous. We thus suppose that at the origin of zero learning difficulties are also didactic obstacles, created by the widespread trend to avoid a spontaneous introduction of this concept based on the experience, already present, of children of that age. Therefore it is not zero itself an obstacle, but pseudo-didactic convictions in this regard.*

1. Lo zero è presente nella vita di tutti i giorni

Comincio con un'illustre osservazione, fatta da Alfred North Whitehead [1861-1947]: «(...) per le normali attività quotidiane, lo zero non ci serve affatto. Nessuno va al mercato a comprare zero pesci. Lo zero è in un certo senso il più civilizzato di tutti i numeri cardinali e il suo impiego ci viene imposto dalle esigenze legate all'esercizio di una raffinata razionalità» (cit. in Seife, 2000, pag. 12).

Ecco dunque come un grande del pensiero scientifico contemporaneo ci introduce a quel raffinato numero naturale che l'essere umano ha impiegato millenni a concepire e creare, per introdurlo nel linguaggio e nel mondo scientifico.

Ma è falso affermare che lo zero non è immediatamente presente nella vita di tutti i giorni:

- i cronometri ed il tempo partono da zero; sull'orologio digitale vedrete scritto 00:00 allo scoccare della mezzanotte, e solo dopo un minuto troverete 00:01; quando arriverà questa scrittura, sarà passato un lasso di tempo, sessanta secondi; ma all'inizio c'è zero e non uno;
- nella bilancia, in assenza di oggetti sul piatto, ci si aspetta di veder apparire zero;
- si pensi agli assegni: chiunque apprende in fretta l'uso dello zero come cifra per arrivare a scrivere numeri immensi;
- ...

Certo ci sono delle incongruità: il primo ordinale in matematica è zero, ma nella vita comune è uno; nessuno conterebbe le proprie monete a partire da zero; ma ha senso esprimere il cardinale di un insieme vuoto, attivando così la percezione *anche fisica* del concetto di zero.

2. Costruire la conoscenza di zero

Ma una cosa è affermare che l'essere umano ha creato il concetto di zero, ben altra decidere come se ne costruisce la conoscenza...

Affermava Jean Piaget [1896 – 1980] (cit. in: Piattelli Palmarini, 1980, pag. 26): «[...] o la matematica è parte della natura, e allora deriva da costruzioni umane, creatrici di nuovi concetti, o la matematica ha origine in un universo platonico e sovrasensibile, e in tal caso bisognerebbe dimostrare attraverso quali mezzi psicologici se ne acquisisce la conoscenza, riguardo alla qual cosa non si è mai avuta alcuna indicazione».

Se vale questo tipo di discussione relativamente al numero naturale generico, la stessa vale per lo zero, numero naturale specifico.

In quali modi, per quali strade un apprendente si costruisce l'oggetto "zero"?

Qui bisogna distinguere subito fra tre grandi categorie di oggetti: zero come ordinale, zero come cardinale, zero come cifra.

Sono tre oggetti concettualmente ben distinti che, una volta maturata un'opportuna competenza, possono anche coincidere; tutti e tre dovrebbero arrivare a contribuire, ciascuno per suo conto, a far costruire il concetto 'zero'.

L'interesse di questa questione è notevole, visto che illustri Autori arrivano a dichiarare l'impossibilità del bambino di costruirsi l'oggetto "zero". Ma: di quale zero si tratta? Dello zero *cardinale*?, dello zero *ordinale*?, o dello zero *cifra*? È proprio vero che al bambino sia impossibile costruire uno di questi tre concetti?

3. Uso spontaneo dello zero da parte dei bambini fra i 3 ed i 6 anni

Per dimostrare quanto affermato sopra, mi limito a riportare alcuni brani di conversazioni con bambini; in ciascun caso premetto come titolo il "tipo" di zero che appare citato spontaneamente. Naturalmente, tra tutte le conversazioni a disposizione scelgo le più significative, le più illuminanti.

Queste conversazioni sono state condotte o personalmente da me, o registrate da collaboratori.

In questa occasione, per brevità, mi limito a riportare poche significative conversazioni; ma in D'Amore (2007) ve ne sono molte di più.

Zero come cifra e come cardinale

Prima conversazione con M (femmina, 4 anni e 6 mesi).

[Si gioca a: «Io dico un numero... Tu a che cosa pensi?»].

Ricercatore: Numero quattro.

M: Io ho quattro anni.

R: Numero cinque.

M: Non lo so... però anche cinque caramelle.

R: Numero due.

M: I piedi che ho.

R: Numero dieci.

M [allegrissima, mostrando le mani aperte]: Le dita delle mani.

R: Numero uno.

M [dapprima pensierosa, poi si tocca il naso]: Il mio naso.

R: Numero sei.

M: I colori.

R: Numero otto.

M: Otto signori.

R: Numero zero.

M: I bambini qui. Ci sono io e poi zero.

R: Che vuol dire zero?

M: Che non c'è niente. Vedi? [Mostra le due mani chiuse a pugno] Non c'è niente.



R: Tu sai come si scrive il numero dieci?

M: Sì. Con uno zero e un uno. [Con le dita finge di scrivere zero e uno].

R: Allora zero vuol dire nulla?

M: No, zero vuol dire tanto.



R: Ma come, avevi detto che zero vuol dire niente, adesso vuol dire tanto?

M: No, non capisci... Zero vuol dire niente, ma vuol dire tanto. Se tu mi dai zero caramelle mi viene una panciona grande grande.

R: Ma come, non capisco. Come fa zero a voler dire tanto?

M: Quando tu dici dieci c'è zero che vuol dire tanto. Sì, vuol dire tanto quello zero.
R: Allora cento vuol dire tanto tanto?
M: No, non lo so cosa vuol dire quella parola.
R: Cento vuol dire un numero che si scrive con uno e poi zero e poi ancora un altro zero. Allora è tanto o è poco?
M: Io non lo sapevo. Allora cento è più di dieci e allora zero vuol dire tanto tanto.
R: E mille?
M: Come si scrive?
R: Con uno e poi zero zero zero. Qui come funziona?
M: Che allora zero vuol dire tanto tanto tanto perché è più più più di dieci.

Breve commento.

Appare molto evidente la doppia natura dello zero costruito da M, come cifra per accrescere i numeri, come cardinale del vuoto, del nulla. Le due concezioni sono entrambe presenti, distinte e palesi.

Una intervista illuminante

[Il Ricercatore intervista M (maschio, 5 anni e 7 mesi), partendo da molto lontano e facendosi raccontare quel che in quel momento lo interessa di più, una collezione di riproduzione di trattori, molto diffusa tra i bambini di quella sezione ed in tutto il paese].

R: A me hanno detto che tu sai leggere, che sai tutti i numeri. È vero?

M: Sì!

R: Tutti, tutti li sai?

M: Sì, anche in inglese.

R: Davvero?

M: Sì! One... [conta correttamente in inglese fino a dodici]. Li so fino a dodici.

R: E in italiano fino a che numero conti?

M: Fino a trentuno.

R: Fino a trentuno?

M: No, fino a trentadue.

R: Di più non ne conosci? Dopo il trentadue, che viene?

M: Trentatré, trentaquattro, ... No. Fino a quarantuno li so. No. Finisco a quarantadue e più avanti non ci arrivo. A cento non ci arrivo.

R: E non sai se c'è un numero più grande di cento?

M: C'è centouno.

R: Allora lo sai! Dopo centouno che ci sarà?

M: Centodue, centotre, ... [conta correttamente fino a 135, poi salta a:] centocinquanta.

R: Il più grande di tutti qual è?

M: Sessanta milioni.

R: Più grande ce n'è un altro?

M: Cento milioni.

R: E più grande?

M: Più grande... centoquaranta milioni.

R: E più grande ancora?

M: Più grande ancora... duecentottanta milioni.
R: Ma il numero più grande del mondo quale sarà?
M: [Ci pensa a lungo] Novantamila.
R: E il più piccolo di tutti?
M: Zero!
R: E più piccolo di zero?
M: Niente.
R: Che vuol dire zero?
M: Zero. Niente. Ma io so sei più sei. Questi qui li so tutti.
R: Sei più sei quanto è?
M: Sei più sei dodici.
R: E sei più uno?
M: Sessantuno. Ti dico quelli un po' più facili. Quelli facilissimi li so tutti. Cinque più zero, cinque!
R: Perché cinque più zero fa cinque?
M. Me l'ha detto la maestra Vittoria.
R: E allora sei più zero?
M: Sei.
R: E sette più zero?
M: Sette.
[M si distrae perché osserva compagni che giocano; io lo invito ad andare a giocare, ma lui chiede di continuare il dialogo].
R: Mi dici com'è zero?
M: È un po' come una "o".
R: È grande o piccolo?
M: È medio.
R: Me lo fai vedere?
M: Lo disegno. [Fa cenno di disegnare sul tavolo con un dito, poi chiede un foglio e una penna per scrivere; esegue un tondo oblungo, uno zero scritto abbastanza grande da riempire il foglio].
R: Ma zero non vale niente? [Fa cenno di no con la testa]. E allora nel dieci? C'è lo zero nel dieci. M: Sì.
R: Allora zero vale o no?
M: C'è su dieci, su cento, in tutti questi numeri qui.
R: Ma in questi numeri vale o no?
M: Sì, però quando sta per primo non vale.
R: E quando sta dopo vale?
M: Sì!
R: Quanto vale quando sta dopo?
M: Dieci... cento... così.
[Ancora si distrae ed ancora R lo invita ad andare a giocare; ma M insiste per continuare il dialogo].
R: Tu hai una sorellina piccola che tutte le cose che sai tu, forse non le sa perché è piccola. Come faresti a far capire a lei che cos'è zero?
M: Io le dico che non vale niente, però dopo vale.
R: Che vuol dire che dopo vale?
M: Che c'è dieci, cento, centouno, centodue, ... e tutti gli altri c'è sempre zero.

[M prende in mano la penna e la esamina ben bene; si potrebbe supporre che non voglia proseguire; ma poi:].

M: Dimmi ancora delle cose su questi qui.

R: Se io ti chiedo di incominciare a contare, tu da dove incominci?

M: Da uno.

R: E zero? È un numero o non è un numero, allora?

M: Quando inizia no.

R: Allora quando si inizia a contare non si dice zero. E quando si dice zero?

M: Io ho un computerino... che zero non c'è. C'è solo dieci. Fammi vedere il tuo, ce l'hai?

R: Sul mio ci sono tutti i numeri.

M: Zero, uno, due, tre, ..., è vero?

R: Sì. Ma allora se io inizio a contare e dico zero, uno, due, ... sbaglio? [Accenna un sì con la testa, con un sorriso furbetto]. Come si fa a contare?

M: Uno, due, tre, ..., così.

[Apre le dita delle mani per aiutarsi, poi si stropiccia accuratamente una mano con l'altra per togliere una macchia che, però, non va via. Poi guarda R negli occhi, come a chiedere di continuare].

R: Tuo papà, tua mamma, ..., ti hanno raccontato che qui a volte in inverno è tanto freddo? Quest'anno non è stato freddo, ma quando tu eri più piccolo, sì, lo sai? Pensa, la temperatura scendeva sotto zero.

G: Come in Russia?

R: Sì, come in Russia. Cosa vuol dire, secondo te, che la temperatura scende sotto zero?

M: Che scendeva uno, due, tre, ... , tutti questi numeri.

R: Sotto zero me lo fai vedere? [Scrive 0, 1, 2, 3 ,4, 5] E come si capisce che questi stanno sotto zero?

M: Perché... Un milione va fatto così [scrive un uno con alcuni zero che lo seguono].

R: I numeri sotto zero sono più grandi o più piccoli di zero?

M: Più grandi. Perché uno. E poi c'è cento, c'è dieci, c'è nove, c'è otto.

R: Quando la temperatura scende sotto zero si dice che è meno uno.

M: È vero! Meno uno, meno due, meno tre, meno quattro, ... Meno uno una volta ci stava sul termostato di Pescetelli [è il proprietario del locale caseificio, personaggio ben noto del luogo].

R: E lo hai visto?

M: Sì.

R: E vuol dire che è freddo o che è caldo?

M: Che è freddo.

R: Quel numero vuol dire che è più o meno di zero?

M: Più.

[Ulteriore breve distrazione e rapido ritorno al colloquio].

R: Quando dici uno a cosa pensi?

M: Ad una cosa e basta, una cosa da sola.

R: Per esempio?

M: Io e basta, da solo; una casa da sola.

R: Due?

M: Due. Due case da sole. Tre, tre case da sole. Quattro, quattro case da sole...

R: E zero?

M: Niente case.

R: Meno uno?

M: Tantissime case.

R: Una città!

M: Sì, una città. Vado al bagno.

[M si allontana, va in bagno e, all'uscita, trova un compagno con il quale inizia a giocare].

Breve commento.

M dimostra totale padronanza dello zero sia come cardinale dell'insieme vuoto sia come cifra; dimostra una non completa padronanza della scrittura dei numeri grandi e della gestione di essi anche solo orale; dimostra di conoscere i numeri negativi, ma non accetta che essi possano essere inferiori a zero, dato che la sua concettualizzazione lo spinge a dare prevalenza a zero come cardinale e non come ordinale, come si vede in forma sorprendentemente chiara.

Una nota.

Non tutti i bambini intervistati sanno scrivere i numerali da 1 a 9, ma quasi tutti sanno scrivere zero, per lo meno sanno che zero si rappresenta con "un tondo". Nel rappresentarlo, però, è totale l'uso della forma oblunga corretta 0 e non è affatto diffusa una forma rotonda a mo' di circonferenza ○.

4. Zero, ostacolo didattico creato da malintesi?

Che lo zero costituisca un ostacolo epistemologico mette tutti d'accordo: basta guardarne la storia controversa e difficile, travagliata (Su questo argomento qui sorvolo, rinviando a D'Amore, 2007).

Ma il fatto di considerarlo concetto ostico, addirittura non costruibile da bambini in tenera età, spinge gli insegnanti a rinviare la sua introduzione, fino a quando l'uso spontaneo non è annullato dall'introduzione di altri concetti ed altri meccanismi, trasformando quindi questo oggetto matematico in un vero e proprio ostacolo didattico.

Ci sono tanti concetti matematici che costituiscono ostacolo epistemologico, ma non per questo tali concetti vengono elusi e non entrano a far parte delle conoscenze auspicate per un bambino anche in tenera età. Paradossalmente, anzi, proprio certi concetti che sono ostacoli epistemologici vanno introdotti presto, in modo da lasciare tempo di costruirseli con successo.

Il caso dello zero è singolare: è ostacolo epistemologico ma, come abbiamo visto e come chiunque può verificare, è già presente, in forma ingenua ma tutto sommato accettabile, in bambini molto piccoli. Tuttavia, una maldestra interpretazione del concetto di difficoltà epistemologica spinge a soffocare conoscenze ingenuie non formali, che a mio avviso invece costituiscono la base di ogni apprendimento significativo, reprimendo uno sviluppo spontaneo che

porterebbe presto al successo. Si soffoca in nome di difficoltà che solo l'adulto pensa di vedere, basate sull'assenza di prove empiriche. Quando si sono formati altri concetti, che entrano in contrasto con quello, lo si ripresenta in forma diversa, troppo formale, poco spontanea, creando veri e propri ostacoli didattici e rendendo davvero ostico, a quel punto, il concetto. Il che retroalimenta la convinzione adulta di difficoltà che, di per sé, non esisterebbe. La proposta è:

lasciar esprimere in modo spontaneo, informale, ingenuo OGNI concetto matematico che il bambino ha già fin da piccolo, senza bloccarlo, anzi, sfruttando proprio le sue competenze ingenuie, informali; e procedere così, con molta oculatezza didattica, facendo in modo che immagini mentali successive di zero si organizzino fino a diventare modelli stabili corretti al momento opportuno, quando il concetto di zero si sia ben organizzato nella mente e coincida con il risultato cognitivamente atteso.

Al contrario di quel che dicono gli apocalittici:

prima si comincia e meglio è, ma senza costruzioni formali ed innaturali, peraltro inutili all'inizio.

Bibliografia

- Crump T. (1990). *The Anthropology of Numbers*. New York: Cambridge University Press. [Trad. italiana 1996: *L'antropologia dei numeri*. Firenze: Le Monnier].
- D'Amore B. (2007). Lo zero, da ostacolo epistemologico ad ostacolo didattico. *La matematica e la sua didattica*. 3. Accettato: in corso di stampa.
- D'Amore B., Matteuzzi MLM. (1976). *Gli interessi matematici*. Venezia: Marsilio.
- D'Amore B., Oliva P. (1994). *Numeri. Teoria, storia, curiosità, giochi e didattica nel mondo dei numeri*. Milano: Angeli.
- Ifrah G. (1981). *Histoire universelle des chiffres*. Paris: Seghers. [Trad. italiana: 1983: *Storia universale dei numeri*. Milano: A. Mondadori].
- Kaplan R. (1999). *Zero. Storia di una cifra*. Milano: Rizzoli.
- Piattelli Palmarini M (ed.) (1980). *Language and Learning*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Seife C. (2000). *Zero. The Biography of a Dangerous Idea*. Città: Viking Penguin, [Trad italiana 2002: *Zero. La storia di un'idea pericolosa*. Torino: Bollati Boringhieri].

Per la terminologia didattica usata e non spiegata per brevità:

D'Amore B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.

Ringrazio i miei più stretti collaboratori che mi hanno aiutato in queste interviste; principalmente Ines Marazzani.

Parole chiave: apprendimento di zero; ostacoli epistemologici; ostacoli didattici; storia di zero.